Estimada familia:

La siguiente Unidad de la clase de Matemáticas de su hijo(a) este año es ***Crecer, crecer, crecer: Relaciones exponenciales***. Esta Unidad se concentra en las relaciones exponenciales, en las cuales una cantidad crece o se reduce a una tasa cambiante en lugar de hacerlo a una tasa constante.

Objetivos de la unidad

Las relaciones exponenciales se encuentran con frecuencia en campos como la administración de empresas y la biología. Invertir dinero en una cuenta que gana un interés compuesto, es un caso de *crecimiento exponencial*. Se puede ver *decaimiento exponencial* en la manera en que el cuerpo metaboliza las medicinas.

Su hijo(a) ha estudiado previamente el crecimiento lineal, en el que una cantidad fija se suma de manera repetida a una cantidad inicial para producir una secuencia de valores. Por ejemplo, en la secuencia 2, 5, 8, 11, 14, . . . cada término es 3 más que el anterior. El crecimiento exponencial incluye patrones que se basan en la multiplicación más que en la suma. Por ejemplo, en la secuencia 3, 9, 27, 81, 243, . . . cada término es 3 veces el anterior.

El objetivo básico de *Crecer, crecer, crecer* es que los estudiantes reconozcan situaciones, patrones de datos y gráficas representados por expresiones exponenciales y que usen tablas, gráficas y ecuaciones para responder a importantes preguntas acerca de patrones exponenciales. Esta Unidad está diseñada para presentar el tema y dar a los estudiantes una base sólida e intuitiva sobre la que se puede ampliar más adelante.

Tareas y conversaciones acerca de las matemáticas

Usted puede ayudar a su hijo(a) con la tarea y fomentarle sólidos hábitos matemáticos haciéndole preguntas como las siguientes:

- ¿Cómo se puede detectar esta relación en una tabla, gráfica o ecuación? ¿Cuál es el factor de crecimiento?
- ¿Qué tabla, gráfica o ecuación representaría estos datos?
- ¿Cómo responderías a preguntas acerca de una situación exponencial estudiando una tabla, una gráfica o una ecuación de la relación exponencial?
- ¿Cómo se compara esta relación con otras relaciones que has estudiado?
- ¿Es la relación entre variables un ejemplo de crecimiento o decaimiento exponencial? Explícalo.

Usted puede ayudar a su hijo(a) con su tarea para esta Unidad de varias maneras:

- Hable con su hijo(a) acerca de las aplicaciones que se presentan en la Unidad y de aplicaciones similares que encuentre en sus actividades de la vida diaria.
- Comente prácticas de ahorro en su hogar. Podría investigar en compañía de su hijo(a) por qué las inversiones, las hipotecas y las pólizas de seguros involucran crecimiento exponencial.

En el cuaderno de su hija(o) puede ver ejemplos resueltos, notas sobre las matemáticas de la Unidad y descripciones de vocabulario.

Estándares estatales comunes

Aunque los estudiantes desarrollan y usan todos los Estándares estatales comunes a través del currículum, *encontrar el sentido de los problemas y perseverar en su resolución*, así como *razonar de manera abstracta y cuantitativa* se usan repetidamente mientras los estudiantes comparan relaciones entre sí. Expresiones y ecuaciones, así como Funciones son dos de los dominios que se abordan mientras los estudiantes elaboran e interpretan funciones y trabajan con exponentes.

Algunas ideas importantes de matemáticas que su hijo(a) aprenderá en *Crecer, crecer, crecer* se presentan en la página siguiente. Si usted tiene cualquier pregunta o preocupación acerca de esta Unidad, o con respecto al progreso de su hijo(a), por favor no dude en llamar.

Sinceramente,

Conceptos importantes	Ejemplos

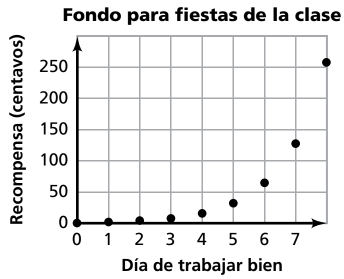
Crecimiento exponencial

Un patrón exponencial de cambio se puede reconocer a menudo mediante una descripción verbal de una situación o en el patrón de cambio de una tabla de valores (x, y).

Supón que se ofrece una recompensa por los días de trabajar bien. Al inicio, se pone 1¢ en un fondo para fiestas. En el primer día de trabajar bien, se agregan 2¢; en el segundo día, se agregan 4¢ y por cada día sucesivo de trabajar bien se duplica la recompensa. ¿Cuánto dinero se agrega en el octavo día?

Día de trabajar bien	Recompensa (centavos)
0 (inicio)	1
1	2
2	4
3	8
4	16
5	32
6	64
7	128
8	

El crecimiento exponencial en las recompensas por los días en que se trabajó bien del ejemplo se puede representar en una gráfica. La tasa de crecimiento que aumenta se refleja en la curva hacia arriba de los puntos marcados.



Factor de crecimiento

Un factor constante se puede obtener al dividir cada valor de y sucesivo por el valor de y previo. Esta razón se conoce como *factor de crecimiento* del patrón.

Por cada día de trabajar bien se duplica la recompensa. Multiplicas la recompensa previa por 2 para obtener la nueva recompensa. Este factor constante también se puede obtener dividiendo valores de y sucesivos: $\frac{2}{1} = 2$, $\frac{4}{2} = 2$, etcétera.

Ecuación exponencial

El análisis del patrón de crecimiento lleva a una generalización que se puede expresar como una ecuación.

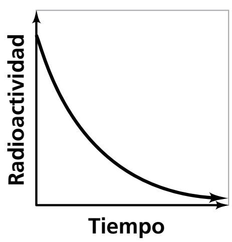
Un patrón de crecimiento exponencial $y = a(b)^x$ puede aumentar lentamente al principio pero crece a una tasa que aumenta porque su crecimiento es multiplicativo. El factor de crecimiento es b.

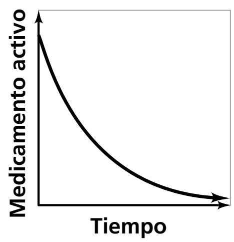
Día	Cálculo	Recompensa (centavos)
0	1	1
1	$1 \times 2 = 2^1$	2
2	$1 \times 2 \times 2 = 2^2$	4
3	$1 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^3$	8
⋮	⋮	⋮
6	$1 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^6$	64
⋮	⋮	⋮
n	$1 \times 2 \times 2 \times \ldots \times 2 = 2^n$	2^n

En el enésimo día, la recompensa R será $R = 1 \times 2^n$. Dado que la variable independiente de este patrón aparece como un exponente, al patrón de crecimiento se le llama exponencial. El factor de crecimiento es la *base* 2. El *exponente n* indica el número de veces que el 2 es un factor.

Decaimiento exponencial

Los modelos exponenciales describen patrones en los cuales se reduce el valor. Los factores de decaimiento producen relaciones decrecientes porque son menores que 1.





$$y = 50\left(\frac{1}{2}\right)^n$$

Reglas de los exponentes

Los estudiantes comienzan a desarrollar la comprensión de las reglas de los exponentes examinando patrones en una tabla de potencias para los primeros 10 números enteros.

Examinando la estructura multiplicativa de las bases:

$8^2 = (2 \times 2 \times 2)^2 = (2^3)^2 = 2^6$; el patrón general es $(b^m)^n = b^{mn}$

$9 \times 27 = 243$ ó $3^2 \times 3^3 = 3^5$; en general, $(b^m)(b^n) = b^{m+n}$

$4 \times 25 = 2^2 \times 5^2 = (2 \times 5)^2 = 10^2 = 100$; el general, $(a^m b^m) = (ab)^m$

Exploraciones similares llevan a la regla $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$.