Estimada familia:

La siguiente Unidad de la clase de Matemáticas de su hijo(a) de este año es ***Ranas, pulgas y cubos pintados: Funciones cuadráticas***. En la unidad del Grado 6, *Variables y patrones*, y la unidad del Grado 7, *Seguir adelante*, se presentaron a los estudiantes los conceptos básicos del álgebra y ellos examinaron los modelos lineales en detalle. En la unidad del Grado 8, *Pensar con modelos matemáticos*, revisaron el uso de modelos lineales e investigaron varios ejemplos de variaciones inversas. También exploraron modelos exponenciales en la unidad *Crecer, crecer, crecer*. En esta unidad, el enfoque pasa a la relación no lineal de los polinomios: los polinomios de segundo grado, o función cuadrática.

Objetivos de la unidad

Los estudiantes aprenderán a reconocer los patrones cuadráticos de cambio en tablas y gráficas, y a escribir ecuaciones para representarlos. Compararán y contrastarán patrones cuadráticos de cambio con patrones lineales y exponenciales de cambio, que ya han estudiado a profundidad.

Las relaciones cuadráticas se encuentran en campos como los negocios, los deportes, la ingeniería y la economía. Nos encontramos con relaciones cuadráticas, por ejemplo, cuando estudiamos cómo la altura de una pelota —o la de una pulga durante un salto— cambia con el tiempo. Una gráfica cuadrática, llamada *parábola*, tiene la forma de una U o una U invertida.

Tareas y conversaciones acerca de las matemáticas

Usted puede ayudar a su hijo(a) con la tarea haciéndole preguntas como las siguientes:

- ¿Cómo reconocerías si la relación entre las variables de una situación es una función cuadrática?
- ¿Qué ecuación representaría una relación cuadrática en la tabla, la gráfica o el contexto de un problema que relacione las variables?
- ¿Cómo responderías a las preguntas de las situaciones analizando una tabla, una gráfica o una ecuación de la función cuadrática?

Usted puede ayudar a su hijo(a) con su trabajo para esta Unidad de varias formas:

- Hable con su hijo(a) acerca de las situaciones presentadas en esta Unidad.
- Busque junto con su hijo(a) otras situaciones que pudieran representarse con una ecuación cuadrática, una tabla o una gráfica.

Estándares estatales comunes

Los estudiantes desarrollan y usan todos los Estándares de prácticas matemáticas a través del currículum. En esta Unidad, los estudiantes emplean los instrumentos apropiados estratégicamente cuando recurren a la tecnología para explorar importantes características de las relaciones cuadráticas. También buscan y emplean la estructura al escribir expresiones equivalentes. Las funciones cuadráticas y la representación es un estándar de Álgebra I que se estudia extensamente.

Algunas ideas importantes de matemáticas que su hijo(a) aprenderá en *Ranas, pulgas y cubos pintados* se presentan en la página siguiente. Como siempre, si usted tiene cualquier pregunta o preocupación acerca de esta Unidad o con respecto al progreso de su hijo(a) en clase, por favor no dude en llamar.

Sinceramente,

Conceptos importantes	Ejemplos

Representación de patrones cuadráticos de cambio con tablas

En las funciones lineales, las *primeras diferencias* de valores sucesivos son constantes, lo que indica una tasa de cambio constante. En las funciones cuadráticas, las primeras diferencias no son constantes, pero sí lo son las *segundas*. La primera diferencia es la tasa a la que y cambia con respecto a x. Es decir, la primera diferencia indica el cambio en los valores de y entre x y $x + 1$. La segunda diferencia indica la tasa a la que *esa tasa* cambia. Si las segundas diferencias son las mismas, entonces la función es cuadrática. Hallar diferencias sucesivas de polinomios se relaciona con las derivadas en cálculo.

$y = 6(x - 2)^2$

x	y
0	24
1	6
2	0
3	6
4	24
5	54

Primeras diferencias	Segundas diferencias
$6 - 24 = -18$	$-6 - (-18) = 12$
$0 - 6 = -6$	$6 - (-6) = 12$
$6 - 0 = 6$	$18 - 6 = 12$
$24 - 6 = 18$	$30 - 18 = 12$
$54 - 24 = 30$	

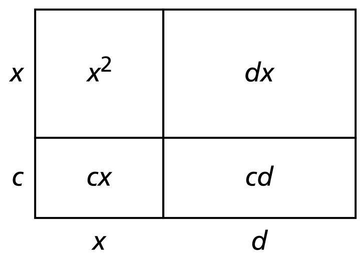
Las segundas diferencias son todas de 12, lo que indica que la tabla representa una función cuadrática.

Representación de funciones cuadráticas con ecuaciones

Tradicionalmente, las funciones cuadráticas se definen como funciones que tienen ecuaciones con la forma $y = ax^2 + bx + c$, en la que a, b y c son constantes, y $a \neq 0$. Esta forma de la ecuación se conoce como *forma desarrollada*. El énfasis se pone en observar que las ecuaciones contienen una variable independiente elevada a la segunda potencia. Aunque esta es una definición útil, también es importante entender la *forma factorizada* de tales ecuaciones.

Las ecuaciones cuadráticas surgen de situaciones que tienen una estructura multiplicativa, como el área de los rectángulos. Así, muchas ecuaciones cuadráticas también se pueden definir como funciones cuyo valor de y es igual al producto de dos factores lineales: la forma $y = (ax + c)(bx + d)$, donde $a \neq 0$ y $b \neq 0$. La ventaja de esta forma es que relaciona entre sí a los polinomios como productos de factores lineales. Los dos factores para la forma factorizada de una expresión cuadrática se conocen también como *expresiones binomiales* o *binomios*. Se trata de una expresión con dos términos.

Se puede pensar en el área del siguiente rectángulo como el producto de dos expresiones lineales, el resultado de multiplicar el ancho por la longitud, o como la suma del área de las subpartes del rectángulo.



$A = (x + c)(x + d)$ forma factorizada

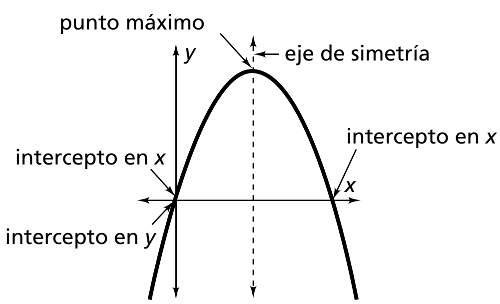
$A = x^2 + cx + dx + d$ forma desarrollada

Representación de patrones cuadráticos de cambio con gráficas

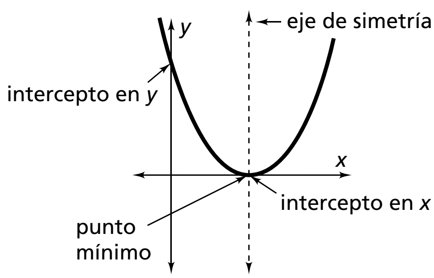
Los valores de la ecuación afectan la forma, orientación y ubicación de la gráfica cuadrática, una curva parabólica.

Si el coeficiente del término x^2 es positivo, la curva se abre hacia arriba y tiene un punto mínimo. Si es negativo, la curva se abre hacia abajo y tiene un punto máximo.

El punto mínimo o el máximo de una gráfica cuadrática (**parábola**) es su **vértice**. El vértice reside en *el eje de simetría* vertical que separa a la parábola en mitades, que son como imágenes reflejadas. El vértice se localiza a la mitad entre los **interceptos en *x***, si existen los interceptos en x. Los interceptos en x son como imágenes reflejadas una de la otra. El **intercepto en *y*** es el punto en el que la parábola cruza el eje de las y.



$y = -x^2 + 8x$



$y = x^2 - 8x + 16$